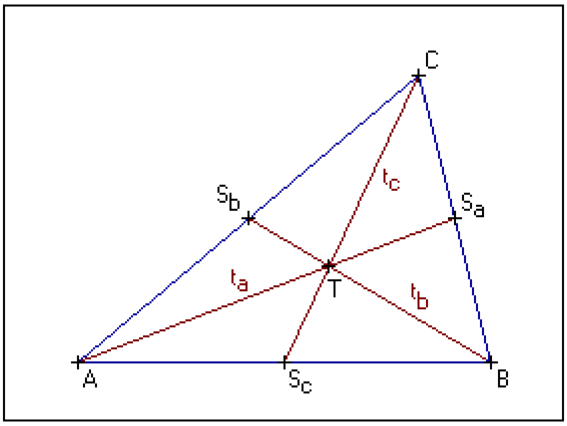
TĚŽNICE, VÝŠKY, KRUŽNICE OPSANÁ A VEPSANÁ

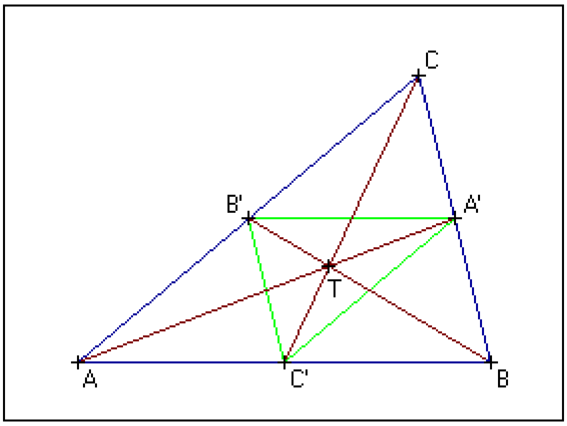
Těžnice

Těžnice je úsečka spojující vrchol trojúhelníku se středem jeho protější stany. Příkladem v △ *ABC* je težnice t_a, která je úsečkou AS_a. Obdobně tak existují těžnice ke stranám *b*, *c*. Každý trojúhelník má tedy tři těžnice.



Těžnice se protínají v jednom bodě, **těžišti** *T* trojúhelníku. Bod *T* navíc dělí každou z těžnic na úsečky, jejichž délky jsou v poměru 2:1.

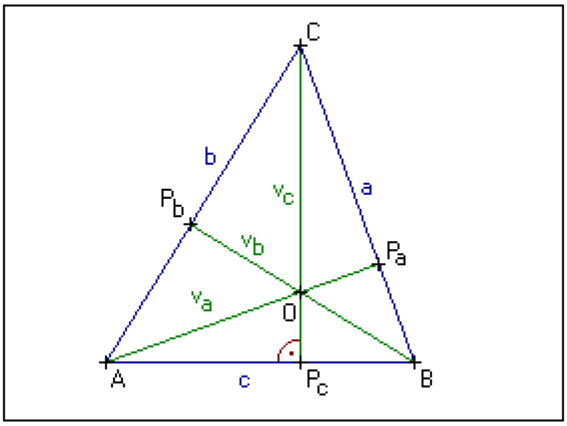
Příklad: $|AT| : |TS_a| = 2 : 1$
Jedním z možných důkazů tvrzení je důkaz pomocí stejnolehlosti se středem v *T* a koeficientem -½. Vrcholy se zobrazí na středy protějších stran a strany na [střední příčky](), které jsou dvakrát kratší než strany.

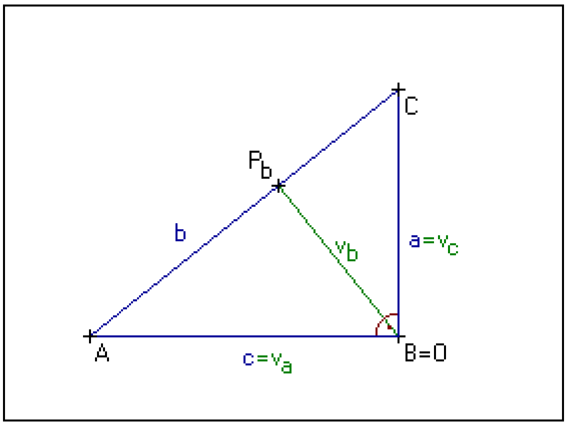


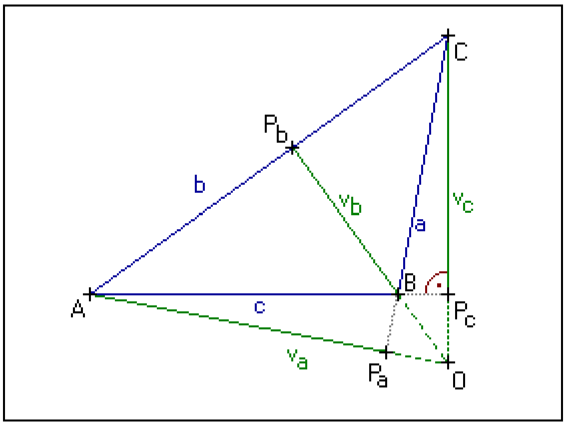
https://www.youtube.com/watch?v=ljWvgn4VsJY

Výšky

Výšku v trojúhelníku chápeme jako úsečku spojující vrchol s patou kolmice na protější stranu, která daným vrcholem prochází. Tímto pojmem ale můžeme chápat i celou přímku, na níž dotyčná úsečka leží. Například výška v_a na stranu *a* trojúhelníku *ABC* je úsečka spojující vrchol *A* s jeho kolmým průmětem P_a do přímky *BC* resp. přímka AP_a. Tyto průměty nazýváme **paty výšek**. Je-li △*ABC* ostroúhlý, jsou paty všech tří výšek vnitřními body stran trojúhelníku. V případě pravoúhlého trojúhelníku jsou paty dvou výšek shodné s vrcholem, který se nachází u pravého úhlu. Pokud je △*ABC* tupoúhlý, nenáleží paty stranám samotným, ale přímkám, na nichž strany leží.







Všechny tři výšky se protínají v jednom bodě *O*, tzv. **ortocentru**.

Důkaz tvrzení, stejně jako u těžnic, plyne ze stejnolehlosti se středem v těžišti a koeficientem -½, v němž se výšky zobrazí na osy stran, které se v jednom bodě protínají. Pokud je △ *ABC* ostroúhlý, je *O* vnitřním bodem trojúhelníku, jestliže je pravoúhlý, splývá ortocentrum s jedním z vrcholů, v případě tupoúhlého trojúhleníku leží *O* vně.

https://www.youtube.com/watch?v=wyMd8Td57KA

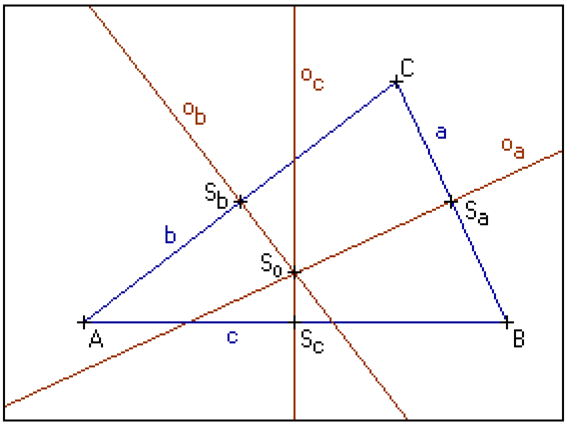
KRUŽNICE OPSANÁ

Osy stran

Osa úsečky je přímka procházející jejím středem, která je navíc na danou úsečku kolmá. Osu strany trojúhelníka chápeme jako osu úsečky, kde stranu považujeme za úsečku. Například osa strany *AB* je kolmice na *AB* vedená středem S_{AB}. Je to přímka, pro jejíž body platí, že mají stejnou vzdálenost od *A* jako od *B*.

Osa strany *AB* v rovině *ρ* jako množina bodů:

$\{X \in \rho;\ |AX| = |BX|\}$

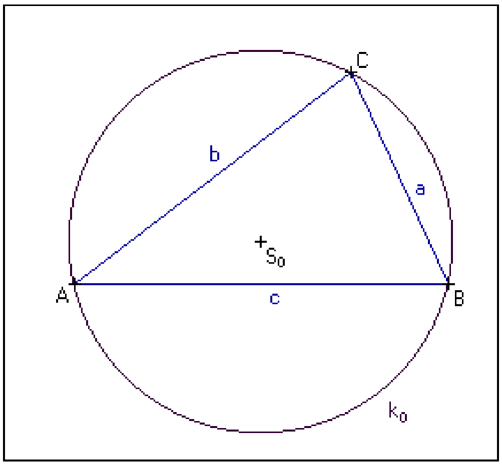


Osy stran trojúhelníku se protínají v jednom společném bodě S_o.

Pro dvě osy existuje jeden průsečík, pro který platí, že je stejně vzdálený od všech tří vrcholů, tedy jím musí procházet i osa třetí.

Kružnice opsaná

Protože je průsečík os stran stejně vzdálen od všech tří vrcholů trojúhelníku, můžeme zkonstruovat kružnici, která bude vrcholy procházet. Taková kružnice má střed S_o, poloměr $|S_oA|$ a nazývá se **opsaná**, značíme k_o.



POSTUP KONSTRUKCE najdeš např.: https://www.youtube.com/watch?v=j945OW9ZmoE

KRUŽNICE VEPSANÁ

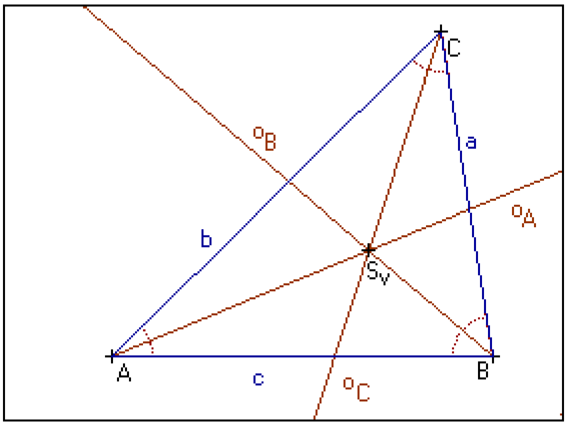
Osy úhlů

Osa úhlu *BAC* je polopřímka, která rozděluje ∢*BAC* na dva úhly stejné velikosti. Pro její body platí, že jejich vzdálenost od přímek (popř. stran) *AB* a *AC* je stejná.

Osa úhlu ∢*BAC* v rovině ρ jako množina bodů:

$\{X \in \rho;\ d(X, \leftrightarrow AB) = d(X, \leftrightarrow AC)\}$

Zápisem d(*X*, ↔*AB*) rozumíme vzdálenost bodu *X* od přímky ↔AB, tedy od paty kolmice, takzvanému kolmému průmětu, procházející bodem *X* k přímce ↔*AB*.

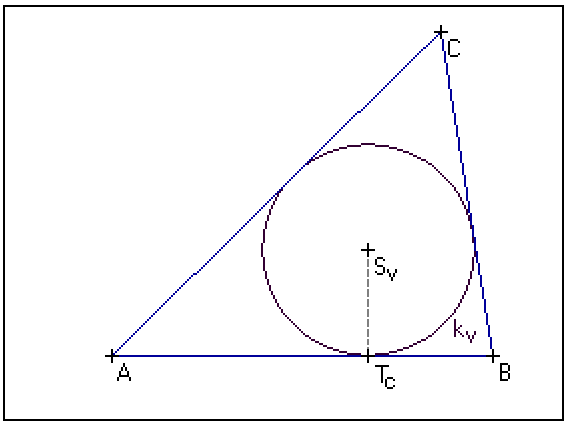


Osy úhlů trojúhelníku se protínají v jednom společném bodě S_v.

Pro dvě osy existuje jeden průsečík, pro který platí, že je stejně vzdálený od všech tří stran, tedy jím musí procházet i osa třetí.

Kružnice vepsaná

Protože je průsečík os úhlů stejně vzdálen od všech tří stran trojúhelníku, můžeme zkonstruovat kružnici, pro niž budou strany trojúhelníku tečnami. Taková kružnice má střed S_v, poloměr d(S_v, ↔*AB*) a nazývá se **vepsaná**, značíme k_v. Body dotyku vepsané kružnice s jednotlivými stranami značíme T_a, T_b, T_c.



POSTUP KONSTRUKCE najdeš např.: https://www.youtube.com/watch?v=bi0L1brZtM4